Física Geral e Experimental XX / Física Teórica II

1ª Prova – 1º semestre de 2010 - Prova B

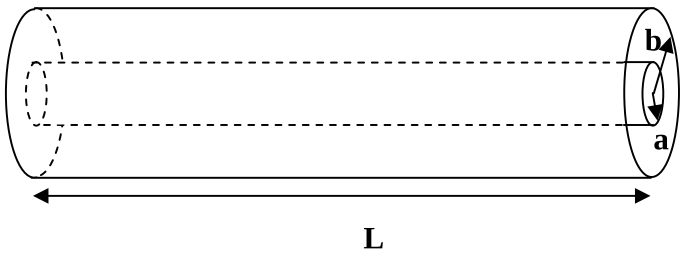
**1ª QUESTÃO) (2,5)**

Dois cabos coaxiais de metal em forma cilíndrica de comprimento L muito maior que os raios a e b, são mostrados abaixo. Uma carga total +Q é colocada no cilindro interno, desprezando o efeito de borda esta se distribuirá homogeneamente, onde podemos definir =Q/L, e o cilindro externo é neutro.

a) (1.0) Use a lei de Gauss para calcular o campo elétrico a uma distância r do eixo dos cilindros, para a<r< b.

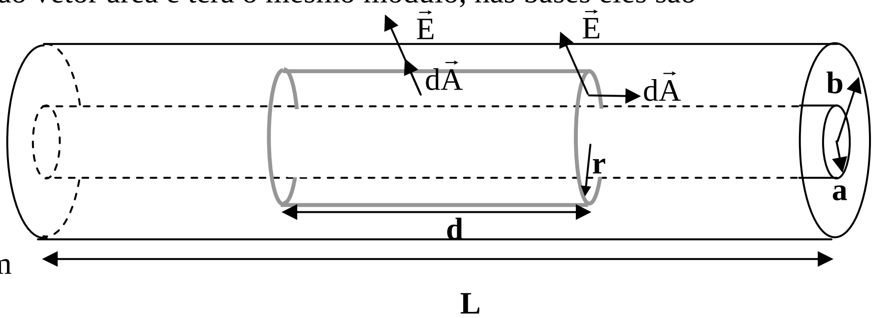
b) (1.0) Use esse resultado para obter a diferença de potencial (d.d.p.) entre os cilindros, Va -Vb.

c) (0.5) Se uma partícula muito leve de carga positiva +q for abandonada entre os cilindros, sabemos que ela se moverá para o cilindro de menor potencial (despreze os efeitos gravitacionais). Pelo resultado do item b, qual cilindro tem o potencial mais baixo? Comente se isso está de acordo com o esperado em termos das forças que a carga sofrerá.




**GABARITO:**

a) Como a distribuição das cargas é homogênea, por simetria, o campo elétrico é perpendicular ao eixo do cilindro e possui o mesmo módulo a uma mesma distância do centro da esfera. Traçando uma gaussiana cilíndrica de comprimento bem menor que L concêntrica com ao cilindro carregado, em todos os pontos da lateral dela o campo elétrico será paralelo ao vetor área e terá o mesmo módulo, nas bases eles são perpendiculares e o fluxo será zero, assim:




$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \int_{LAT} \vec{E}.d\vec{A} = \int_{LAT} E.dA = E\int_{LAT} .dA$$

$$= E2\pi rd = \frac{Q_{Interno}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{Interno}}{rd}$$

$Q_{Interno}$ é a carga dentro da gaussiana, assim

$$Q_{Interno} = \lambda d \qquad E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda d}{rd} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

b) A relação entre a diferença de potencial em dois pontos do espaço e o campo elétrico nesta região é

$V_B - V_A = -\int \vec{E}.d\vec{r}$ . Para calcular a diferença de potencial entre a e b faremos: $V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}.d\vec{r}$

$$V_b - V_a = -\int_a^b E.dr = -\int_a^b \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}.dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

c) No resultado do item b vemos que $V_b$-$V_a$ é negativo, isto é $V_a$>$V_b$. Isto é coerente, já que Q é positivo, o campo elétrico terá o seu sentido de a para b e o potencial aumenta no sentido contrário ao campo elétrico. Se uma carga for solta entre os cilindros ela se moverá do ponto de maior energia potencial para o menor, isto é, se a carga é positiva, no sentido do campo elétrico.

**2ª QUESTÃO) (2,5)**

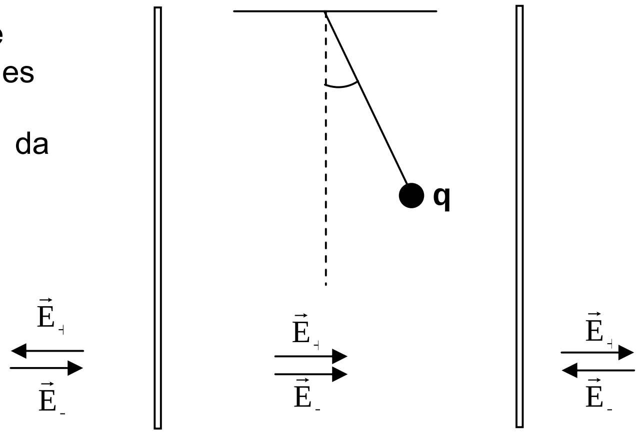
Duas placas muito grandes, paralelas, condutoras, verticais, estão separadas por uma distância igual a 5,00 cm. As placas estão carregadas com densidades superficiais uniformes de carga + e - , como na figura.

a) (1,0) Calcule o campo elétrico entre as placas em função de .

Uma pequena esfera com massa igual a 2,0mg e carga igual a 8,0nC é pendurada por um fio isolante na região entre as placas.

b) (0,8) Para que o fio fique inclinado de um ângulo de 30,0 graus em relação a vertical, determine as densidades superficiais de cargas nas placas (valor numérico).

c) (0,7) Nas condições do item b, calcule o valor da diferença de potencial entre as placas .

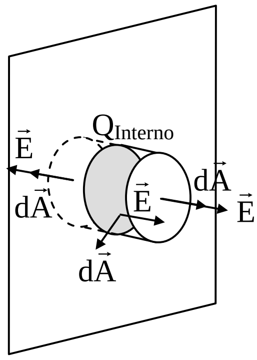



GABARITO:

a) Sabemos que o campo elétrico em qualquer ponto do espaço é a soma do campo de todas as cargas que o geram naquela região. Calculando o campo elétrico gerado por uma placa saberemos o campo da outra e o total será a soma dos dois.

Por simetria o campo elétrico total gerado por uma placa infinita é perpendicular a ela e a uma mesma distância dela, o campo é homogêneo. Traçamos então uma gaussiana para aproveitar esta simetria, por exemplo, um cilindro, como está na figura. O campo elétrico é paralelo ao vetor área nas duas bases do cilindro e perpendicular na lateral. Como o campo é homogêneo nas bases, teremos:

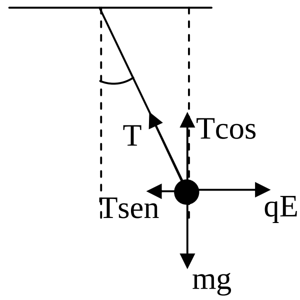
$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \int_{BASES} \vec{E}.d\vec{A} = \int_{BASES} E.dA = 2E\int_{BASE} .dA = 2EA_{BASE} = \frac{Q_{Interno}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q_{Interno}}{2A_{BASE}}.$$




A área da região onde se encontra a carga interna tem a mesma área da base do cilindro, assim, $\sigma = \frac{Q_{Interno}}{A_{BASE}} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, onde é a densidade superficial de carga da placa. No desenho das duas placas verificamos que no interior o campo se soma e fora ele se subtrai, sendo assim o módulo nas duas regiões fora igual a zero e dentro $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

b) As forças que agem sobre a carga e suas componentes vertical e horizontal estão representadas na figura ao lado. Para a carga se manter em equilíbrio teremos:

mg= Tcos e qE= Tsen , assim, dividindo uma expressão pela outra




$$tg\theta = \frac{qE}{mg} \Rightarrow E = \frac{mg.tg\theta}{q} = \frac{2.10^{-6}.9{,}8.tg30^o}{8.10^{-9}} = 1{,}4.10^3\ \frac{N}{C}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E = 8{,}85.10^{-12}.1{,}4.10^3 = 1{,}2.10^{-8}\ \frac{C}{m^2}$$

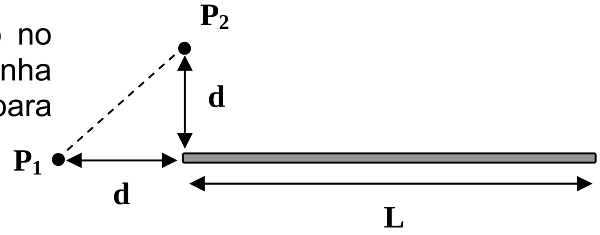
c) Como o campo elétrico entre as placas é homogêneo, a diferença de potencial entre as placas será: $V_- - V_+ = -\int_+^- E.dr = -\int_+^- \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.dr = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d = -1{,}4.10^3.0{,}05 = -70V$ **.**

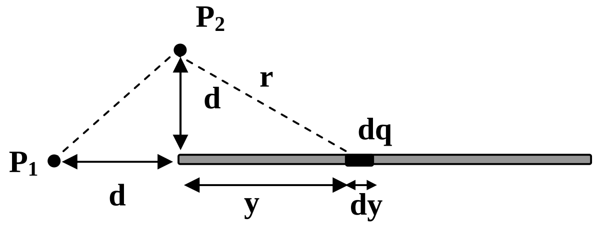
**3ª QUESTÃO) (2,5)**

Um fino bastão de comprimento L é carregado uniformemente com densidade linear de carga $\lambda$.

a) (1,5) Determine o potencial elétrico V, devido ao bastão nos pontos P1 e P2, ambos localizados a uma distância d de uma das extremidades, sendo o ponto P1 ao longo da linha do bastão e o ponto P2 numa direção perpendicular a essa linha (ver figura). Considere o potencial no infinito como sendo nulo.

b) (1,0) Um elétron se encontra inicialmente em repouso no ponto P1, e você o carrega até o ponto P2 pela linha pontilhada. Quanta energia você irá gastar, ou receber para isto?




GABARITO:

a) Para o cálculo do potencial nos dois pontos, consideraremos que este é gerado por cada carga dq do bastão a uma distância y do extremo da barra, sendo a largura da carga dy.

O potencial gerado no ponto $P_1$ devido à carga dq será:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{y+d}$$

. Consideramos, para usar esta expressão, que o potencial no infinito é zero e dq= dy, onde =Q/L, assim

$$V_1 = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{\lambda dy}{y+d} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{L+d}{d}\right)$$

Para o ponto $P_2$ teremos,

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{\sqrt{d^2+y^2}} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{\lambda dy}{\sqrt{d^2+y^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(y+\sqrt{d^2+y^2}\right)\Big|_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{L+\sqrt{d^2+L^2}}{d}\right)$$

b) O trabalho de uma força externa para levar uma carga q sob a ação de um campo potencial V é dado por: $W_{A\text{-}B}=q(V_B-V_A)$, no nosso caso

$$W_{1-2} = -e(V_2-V_1) = -\frac{e\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{L+\sqrt{d^2+L^2}}{d}\right)-\ln\left(\frac{L+d}{d}\right)\right] = -\frac{e\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{L+\sqrt{d^2+L^2}}{L+d}\right).$$

**4ª QUESTÃO) (2,5)**

Uma partícula com carga igual a +4.2nC está em um campo elétrico uniforme orientado da direita para a esquerda. Despreze a força gravitacional. A partícula é liberada do repouso no ponto **a** e se desloca para a esquerda. Depois de se deslocar 6,0 cm, no ponto **b**, verifica-se que sua energia cinética é $K=1,5x10^{-6}$ J.

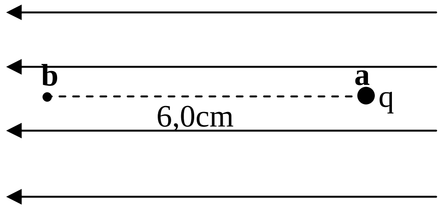
a) (0,7) Qual é o trabalho realizado pela força elétrica?

b) (1,0) Qual é a diferença de potencial entre os pontos a e b e qual dos dois pontos o potencial é maior?

c) (0,8) Qual é o módulo do campo elétrico?

**GABARITO:**

a) Como a única força aplicada à carga é a força elétrica, o seu trabalho será igual a variação da energia cinética, assim $W_{FE}=1,5x10^{-6}$ J.




b) O potencial no ponto a é maior do que o potencial no ponto b, porque ele aumenta no sentido contrário ao campo elétrico.

O trabalho da força elétrica é, em módulo, igual à variação da energia potencial, mas este trabalho leva à diminuição da energia potencial, assim:

$W_{FE}$ = - ($E_{Pb}$-$E_{Pa}$) = $E_{Pa}$-$E_{Pb}$ = q($V_a$-$V_b$) => $V_a$-$V_b$ = $W_{FE}$/q = $1,5.10^{-6}/4,2x10^{-9}$ = 357 V

c) Como o campo é homogêneo a força elétrica é constante, desta forma, o trabalho da força elétrica é somente a força vezes a distância, assim

DV=Ed => E=DV/d=357/0,06=$6,0.10^{3}$ N/C, ou

$W_{FE}$ = $F_E$d = qEd, assim E= $W_{FE}$/qd = $1,5.10^{-6}/(4,2x10^{-9}.0,06)$ = $6,0.10^{3}$ N/C